Sécurité de l'information et Cryptographie

Sylvain Duquesne

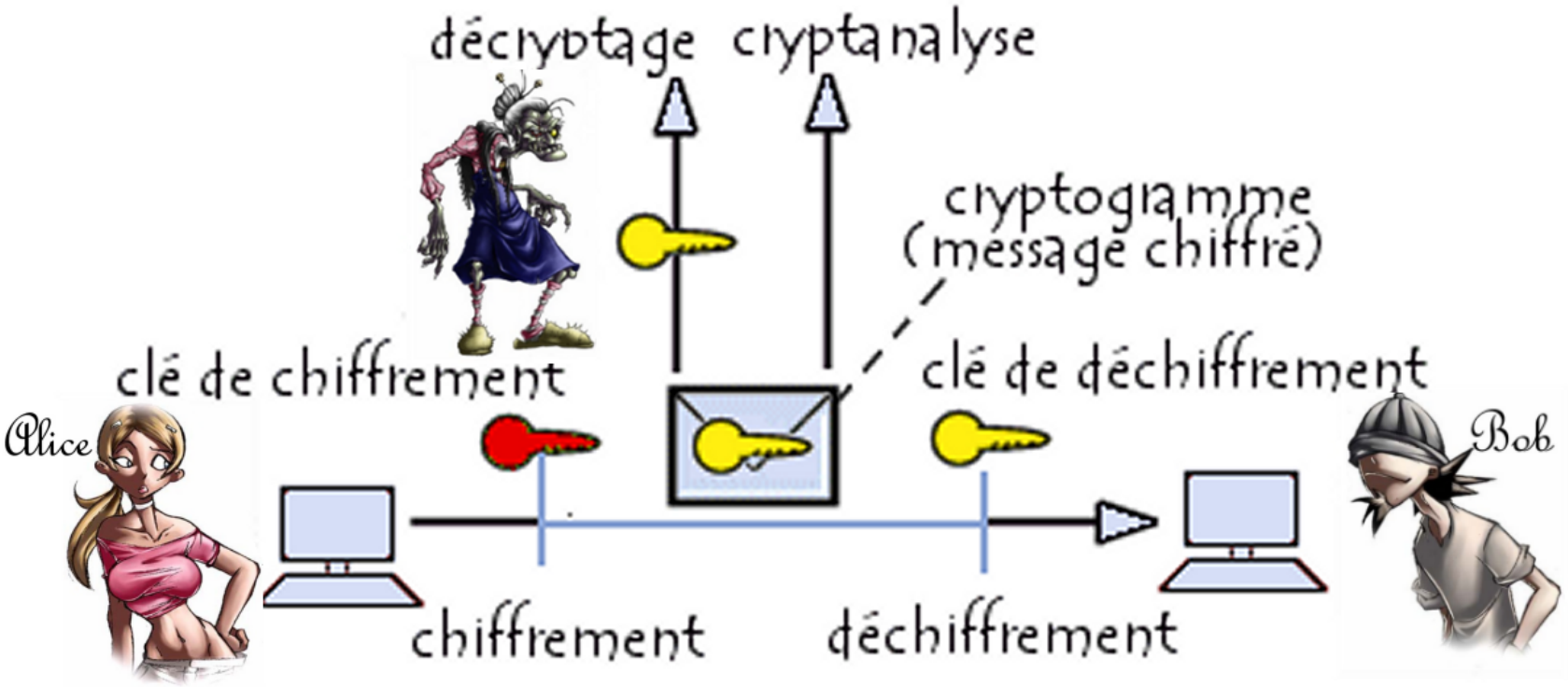
Université Rennes 1, laboratoire de Mathématiques

21 juin 2012

Journées MMS 2012, INSA Rennes

Qu'est ce que la cryptographie ?

cryptographie n. f.
Ensemble des principes, méthodes et techniques dont l'application assure le chiffrement et le déchiffrement des données, afin d'en préserver la confidentialité et l'authenticité.



Quelques repères historiques

Scytale : VIème siècle av JC, Grèce.

César : décalage de l'alphabet.
Par exemple de trois lettres vers la droite :

A T T A Q U E Z L E P A L A I S

D W W D T X H C O H S D O D L V

ou d'une lettre vers la gauche :

I B M W N T

H A L V M S

Enigma : 1939–45, Allemagne.

Enigma

De la cryptographie historique à la cryptographie moderne

Point commun à toutes ces méthodes : la méthode de chiffrage est secrète.

Inconvénient : elle n'est pas secrète pour tous ceux qui l'utilisent.

$\Rightarrow$ principes de Kerchoffs ($19^{\text{ème}}$ siècle) dont :

la sécurité d'un système de chiffrement ne doit résider que dans la clé et non dans le procédé de chiffrement.

Démocratisation du secret.

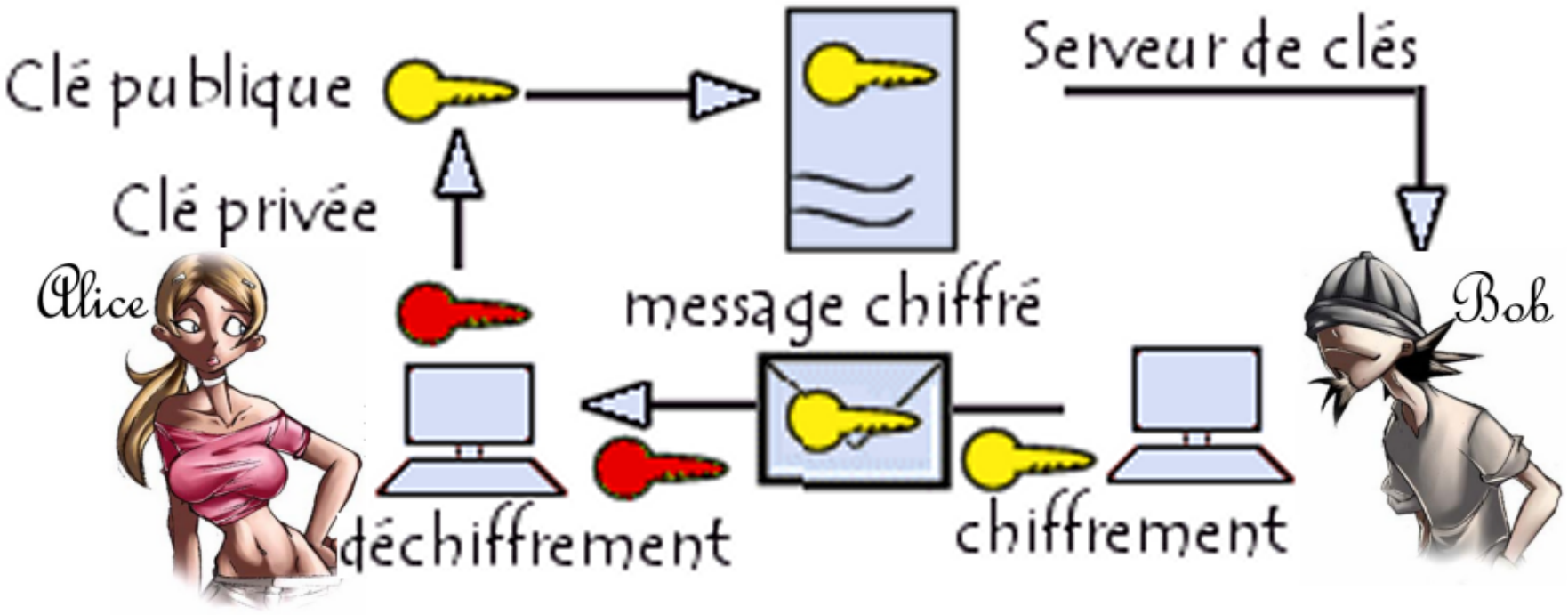
La cryptographie à clé secrète (ou symétrique)

Les plus connus : DES, triple–DES, AES, masque jetable.

Inconvénients :

- il faut s'échanger la clé,
- il faut avoir une clé pour chaque correspondant.

La cryptographie à clé publique (ou asymétrique)



Principe introduit par Whitfield Diffie et Martin Hellman en 1976 (aussi introduit séparément par Ralph Merkle) utilisant une fonction à sens unique (**clé publique**) avec trappe (**clé privée**).

La cryptographie à clé publique (ou asymétrique)

$\Rightarrow$ **permet de résoudre les problèmes de la cryptographie symétrique.**

Les plus connus : RSA, DL, ECC, NTRU.

Inconvénient : **100 à 1000 fois plus lent**.

En pratique on mélange les deux (SSL, SSH, PGP par exemple).

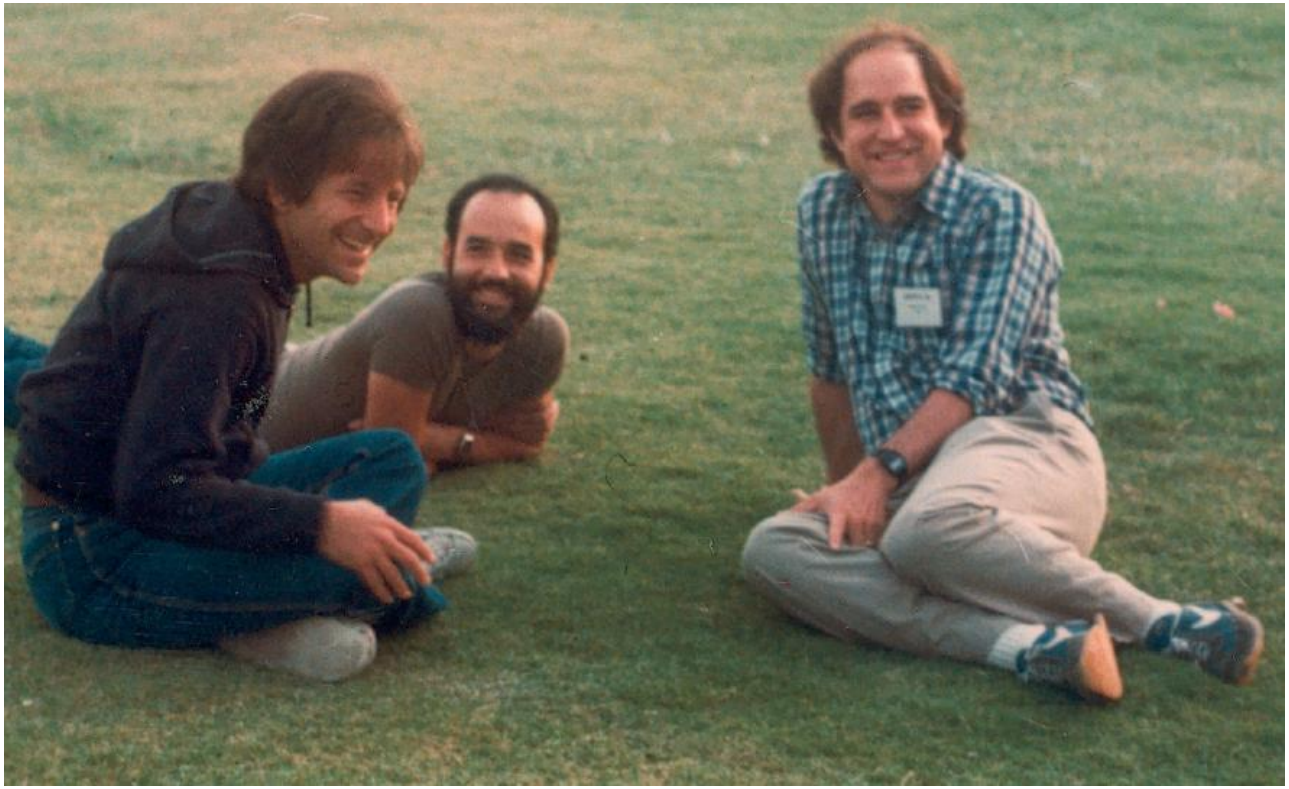
Whitfield Diffie

Les pères de la cryptographie à clé publique...

Martin Hellman

RSA

Système à clé publique introduit en 1977 très utilisé en pratique.



de gauche à droite : Adleman, Shamir et Rivest.

Il utilise le fait qu'il est difficile de factoriser un nombre.

Exemple : $2^{2^7}+1 = 340282366920938463463374607431768211457 = 59649589127497217 \times 5704689200685129054721$

Rappel : le calcul modulaire

a modulo *b* est le reste de la division de *a* par *b*.

- Un nombre est pair si il vaut 0 modulo 2.
- Nous sommes jeudi, $4^{\text{ème}}$ jour de la semaine. Si on veut savoir quel jour sera t'on dans 247 jours, on calcule 4+247 modulo 7

$$251 = 35 \times 7 + 6, \text{ autrement écrit, } 250 \text{ modulo } 7 = 6\,.$$

  On sera donc un samedi.
- Quand on fait du chiffrement de César, on travaille modulo 26 : si on veut decaler Y de 3 lettres, Y est la $25^{\text{ème}}$ lettre et 28 modulo 26 = 2, on obtient donc B.

RSA : paramètres

Clé privé

p, q deux nombres premiers.
d un nombre premier avec $(p-1) \times (q-1)$.

Les données confidentielles à ne pas divulguer sont donc p, q et d.

Clé publique

$n = p \times q$
e un entier tel que $d \times e = 1$ modulo $(p-1) \times (q-1)$.
$\rightarrow$ Autrement écrit, il existe une entier k tel que

$$d \times e = 1 + k \times (p-1) \times (q-1)$$

On dit que e est «l'inverse de d modulo $(p-1) \times (q-1)$».

Les données publiques à partager sont donc n et e.

RSA : chiffrement/déchiffrement

Soit M le message (un nombre supposé premier à p et q) que B veut envoyer à A.

- Étape 1 : B va chercher (sur le site web de A par exemple) le couple (n, e) (clé publique de A).
- Étape 2 : B chiffre son message M par l'opération

$$C = M^e \text{ modulo } n$$

  et envoie le message chiffré C à A (par mail par exemple).
- Étape 3 : A déchiffre le message en calculant C^d modulo n.

En utilisant le fait que e et d sont inverses l'un de l'autre, on peut prouver que $C^d = M$ modulo n

RSA : un exemple simple

Clé privée de A :
$p = 17$, $q = 11$
$d = 7$

Clé publique de A :
$n = p \times q = 187$,
$e = 23$

Nous avons $(p-1) \times (q-1) = 160$ et ca donne bien

$$23 \times 7 = 161 = 1 \text{ modulo } 160$$

B veut envoyer le message $M = 123$ à A,

- il calcule 123^{23} modulo 187 ce qui donne 30,
- il envoie donc $C = 30$ à A.

Pour déchiffrer, A calcule $C^d = 30^7$ modulo 187

$$30^7 = 116951871 \times 187 + 123$$

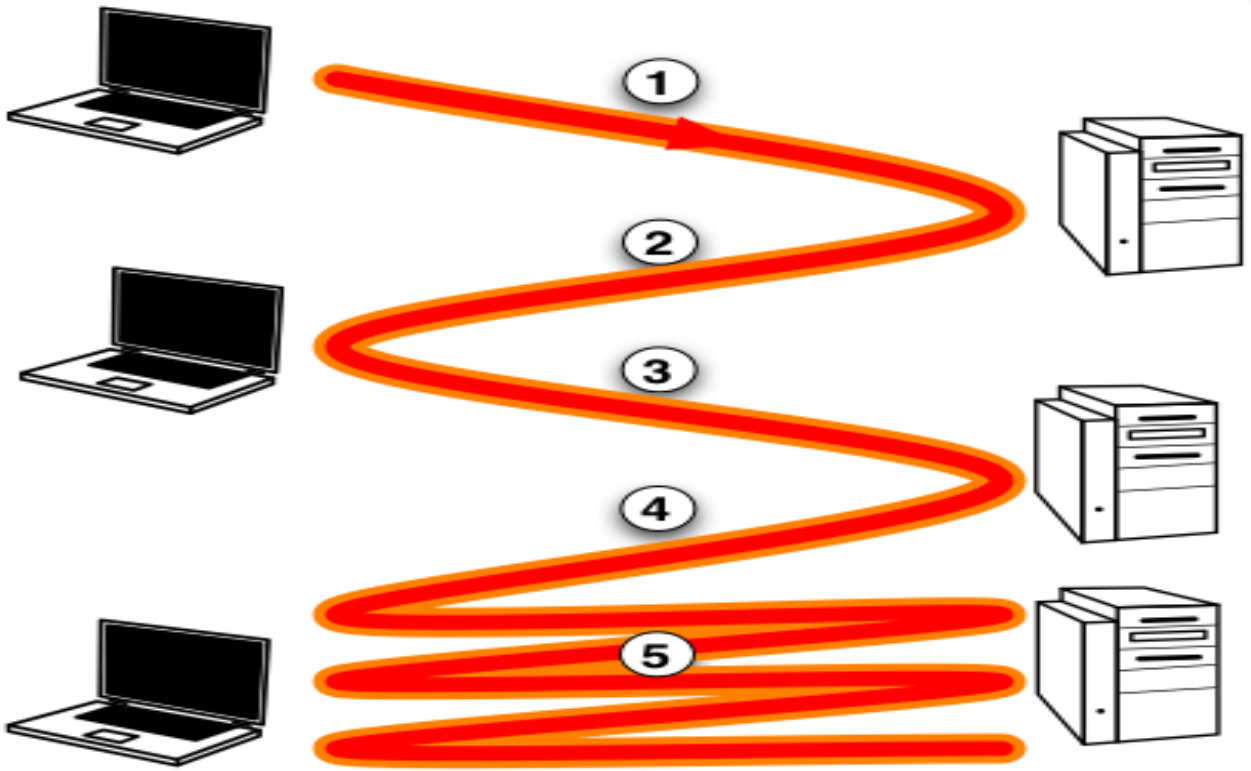
et retrouve bien 123.

La vraie vie : Achat en ligne sur Internet via le protocole SSL

Le protocole **SSL** (Secure Socket Layer) a été mis en place pour réaliser un canal sécurisé lors d'une connexion web.

⇒ Cela permet alors d'avoir un canal entièrement sécurisé entre le navigateur et le site web.

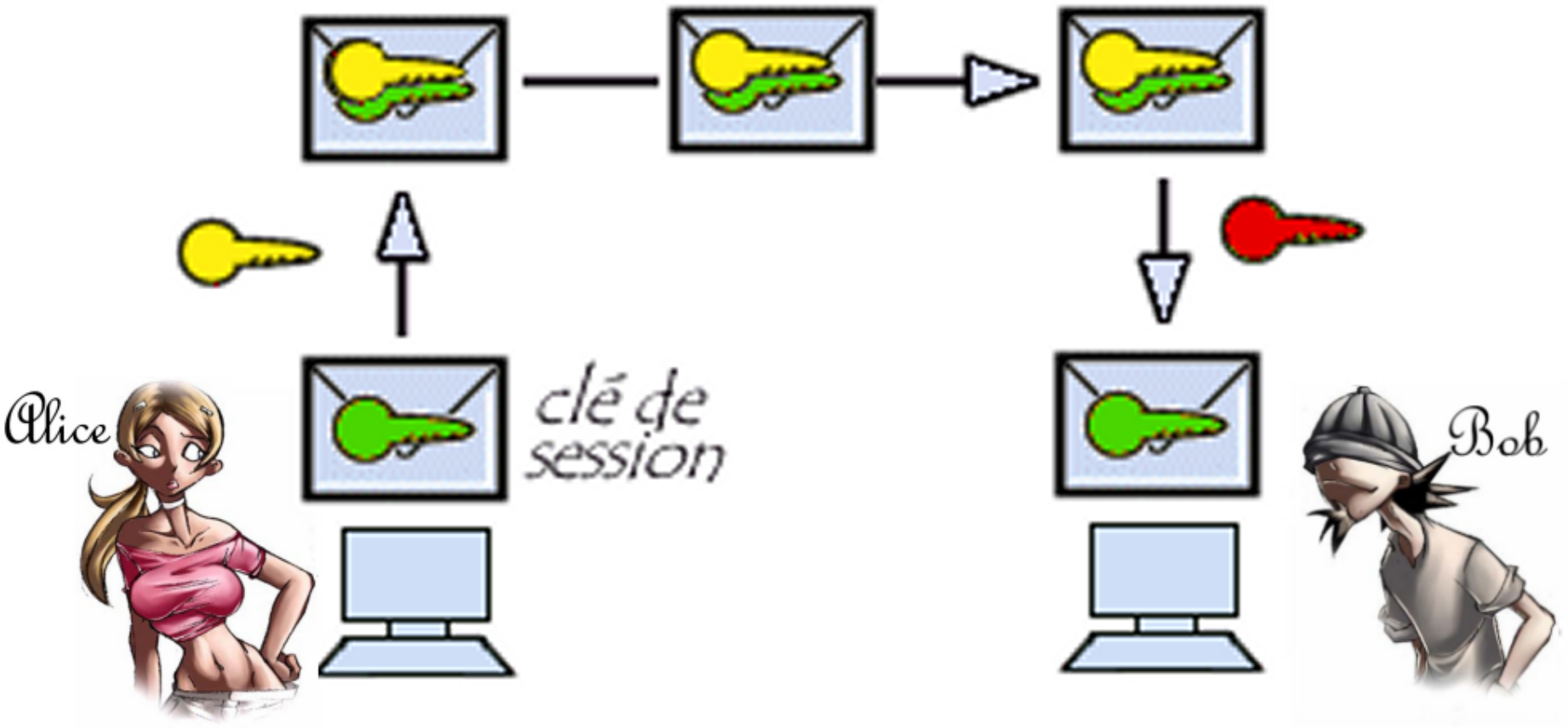
Le principe de l'échange est schématisé par la figure ci–dessous :



SSL, détail des étapes

1. Le navigateur envoi une requête de connexion sécurisée au site web.
2. Le site web envoi **son certificat** (i.e., une pièce d'identité délivrée par une autorité de confiance) et **sa clé publique**.
3. Le navigateur vérifie le certificat. Si le certificat est validé (i.e., le site web authentifié) alors le navigateur envoi une clé secrète (pour être utilisé avec un chiffrement secret) générée «aléatoirement» qui sera chiffrée avec la clé publique du site web.
4. Le site web déchiffre la clé secrète à l'aide de sa clé privée.
5. Le navigateur et le site web établissent alors un canal sécurisé chiffré avec la clé secrète (appelée **clé de session**).
   Le navigateur et le site web peuvent échanger des données confidentielles grâce à la cryptographie symétrique .

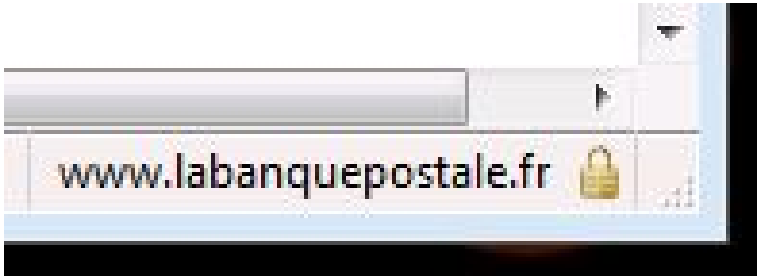
Résumons–nous !

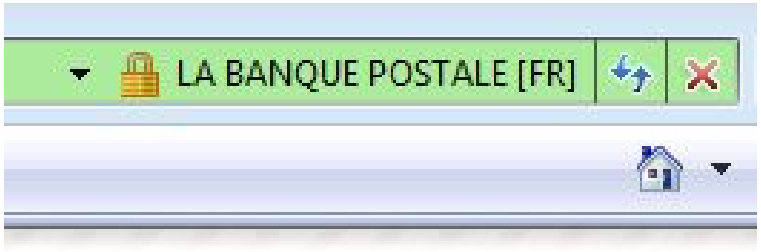


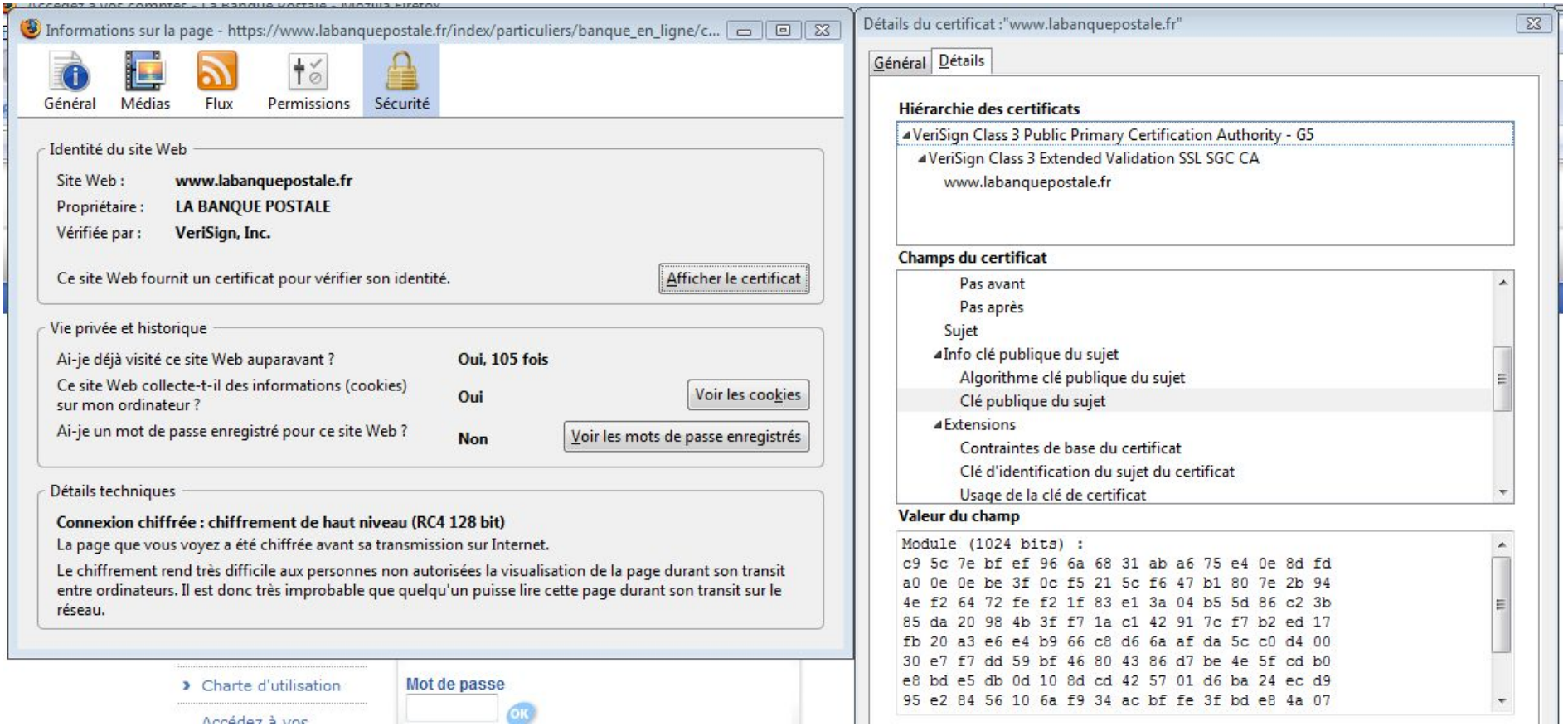
La paire clé privée/clé publique est illustrée par **clé rouge**/clé jaune.

La clé de session (**clé verte**) représente le chiffrement symétrique.

SSL sur Internet







Sécurité théorique $\neq$ sécurité pratique

Les mathématiques fournissent des briques de base très solide...

Sécurité théorique $\neq$ sécurité pratique

Les mathématiques fournissent des briques de base très solide...

.... encore faut il savoir faire du ciment.

Quelques exemples de mauvaise mise en pratique

- Téléphonie mobile (GSM)
- Cartes bancaires
- Internet sans fil (WiFi, Wep)
- Canal sécurisé (SSH)
- DVD (CSS)

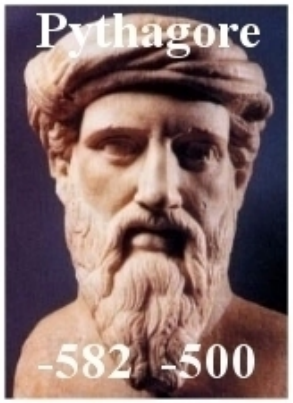
Enfin ca dépend du point de vue

- Blue-Ray (AACS)
- Jeux vidéos (Xbox360, PS3)
- Musique (DRM)
- NSA

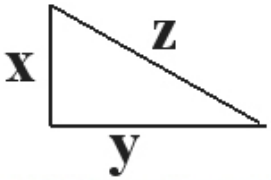
Et demain ?

- RSA est en fin de vie, mais aura dominé durant 30 ans !
- Les mathématiques sont toujours de grands pourvoyeurs d'outils pour la cryptographie asymétrique.
  - ECC
  - NTRU
- Le cryptographie est de plus en plus présente dans notre société
- Elle est aussi de plus en plus efficace

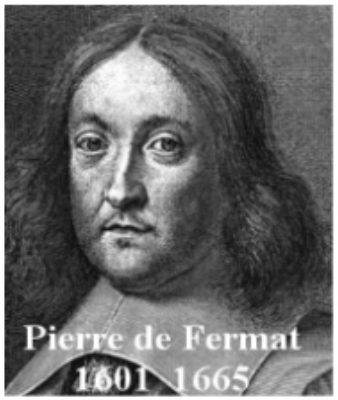
Recherche fondamentale : de l'inutile à l'indispensable



$$x^2 + y^2 = z^2$$



$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

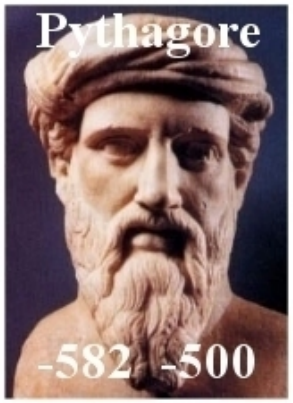


Grand théorème de Fermat

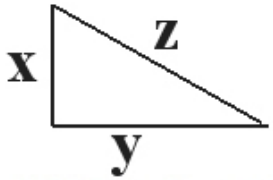
$$x^n + y^n = z^n$$

n'a pas de solutions en nombres entiers non nuls si n > 2

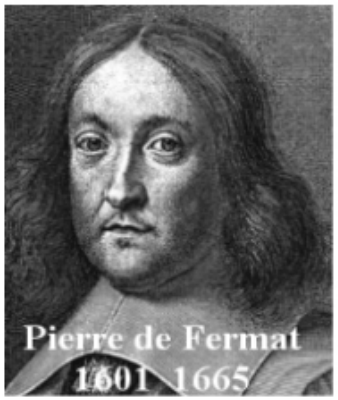
Recherche fondamentale : de l'inutile à l'indispensable



$x^2 + y^2 = z^2$



$3^2 + 4^2 = 5^2$



Grand théorème de Fermat

$x^n + y^n = z^n$

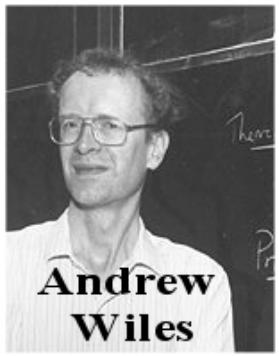
n'a pas de solutions en nombres entiers non nuls si n > 2

350 ans de recherche en mathématique fondamentale

+

=

Preuve en 1994



courbes elliptiques

Base de la cryptographie à clé publique du XXI eme siècle

La cryptographie à Rennes 1

Recherche

- 4 chercheurs permanents, 5 à 8 doctorants ou post-doctorants
- Au sein du laboratoire de Mathématiques de Rennes
- Un séminaire hebdomadaire
- Collaboration avec le CELAR

Enseignements

- Master de Mathématiques spécialité Mathématiques de l'information, cryptographie.
  - Après une licence de Mathématiques
  - Double compétence en Mathématiques et en Informatique à la sortie
  - Débouchés : R&D, ingénieur d'études, recherche
- Master d'informatique spécialité Sécurité des Systèmes d'Information
  - Après un Master 1 d'informatique
  - Débouchés : audit de sécurité, développement, responsable sécurité