Institut National des Sciences Appliquées
Ecole publique d'ingénieurs

Base réduite pour les fluides

Véronique Souchaud
FLUMINANCE - INRIA
veronique.souchaud@inria.fr
☎: (+33) 2 99 84 73 63

1 L'étude des écoulements fluides

L'étude des écoulements fluides est complexe de par leur dynamique et les équations qui la régissent : les équations de Navier-Stokes. On veut réduire les dimensions du système d'équations pour créer des modèles réduits performant qui caractérisent l'écoulement. Pour réduire la taille du système, il faut créer une base orthonormale sur laquelle les équations de Navier-Stokes sont projetées par projection de Galerkin. Nous déterminons cette base directement à partir d'une séquence d'images visualisant l'écoulement.

2 Nouvelle base réduite

La problématique traitée ici est la réalisation d'une nouvelle base orthonormale pour les modèles réduits. Habituellement, les bases orthogonales sont calcuées à partir d'un ensemble de champs de vitesses (réel ou provenant d'un estimateur externe). L'originalité de ces travaux réside dans l'approche et la construction de la base orthonormale réduite que nous proposons. En effet, cette base est construite en une seule étape (non-linéaire) : décomposition orthogonale et estimateur simultanés. En confrontant les résultats obtenus avec la base tronquée par décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) habituellement utilisée et ceux obtenus par notre méthode sur des séquences d'images synthétiques, nous constatons une meilleure performance au niveau de la récupération de l'énergie cinétique.

3 Construction de la base

Déterminer l'évolution d'un écoulement fluide dépend du point de vu de l'observateur : on parle de petits déplacements et on suppose qu'il y a conservation de la luminance. La solution prendra la forme suivante pour décoréler les variables de temps et d'espace :

$$\forall \underline{\mathbf{x}} \in \Omega, \quad \forall t \in T, \quad d(\underline{\mathbf{x}}, t) \;=\; \sum_{k=1}^{K} a_k(t)\phi_k(\underline{\mathbf{x}}). \tag{1}$$

De plus, on impose une contrainte d'orthonormalité sur les modes spatiaux. On veut résoudre le problème suivant :

$$arg \min_{a_k(t),\phi_k} \sum_{T} G_\sigma * \|I(\underline{\mathbf{x}} + d(\underline{\mathbf{x}}, t), t+1) - I(\underline{\mathbf{x}}, t)\|^2, \tag{2}$$

avec $d(\underline{\mathbf{x}}, t)$ le déplacement du fluide entre deux images aux temps t et $t+1$, Ω le domaine physique, T le nombre d'images de la séquence, G_σ une fenêtre de lissage spatial sur le voisinage d'un point. On effectue une descente de gradient pour résoudre ce problème de minimisation. À convergence de la méthode, on obtient les modes spatiaux $\phi_k(\underline{\mathbf{x}})$ et les modes temporels $a_k(t)$, i.e., la base orthonormale souhaitée.