Base réduite pour l'estimation de mouvement pour les fluides

V. Souchaud, C. Herzet, E. Mémin
FLUMINANCE - INRIA
veronique.souchaud@inria.fr cedric.herzet@inria.fr
etienne.memin@inria.fr

Problématique

Compréhension des mouvements fluides cruciale : imagerie médicale [1], climatologie [2], industrie [3]...

FIGURE 1 – Turbulences

- Problème : Modèles connus (**équations de Navier-Stokes**) très complexes et souvent de très grande dimension.

- Solution : Création d'une **base de petite dimension** représentant efficacement l'écoulement. Projection des équations de Navier-Stokes sur cette base : **modèle réduit**.

FIGURE 2 – Cumulonimbus

Modélisation **Création d'une base orthonormale directement à partir des images.**

FIGURE 3 – Cyclone en Polynésie

- Complexité des équations de Navier-Stockes [4].
- Réduction des dimensions du système pour créer des modèles réduits performants.
- Création d'une **base orthonormale réduite**.
- Projection de Galerkin des équations de Navier-Stokes[5].

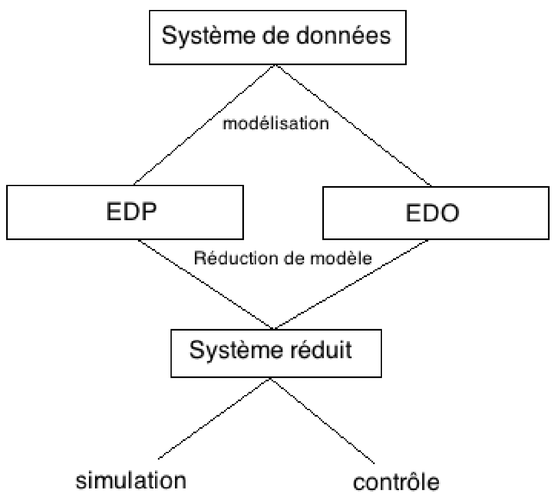

FIGURE 4 – Schématisation pour les modèles réduits

Conservation de la luminance :

$$\forall\, \underline{\mathbf{x}} \in \Omega, \quad \forall\, t \in T, \quad I(\underline{\mathbf{x}} + d(\underline{\mathbf{x}}, t), t+1) - I(\underline{\mathbf{x}}, t) = 0, \tag{1}$$

avec $d(\underline{\mathbf{x}}, t)$ le déplacement, Ω le domaine physique et T l'intervalle de temps. La solution sera de la forme suivante :

$$\forall \underline{\mathbf{x}} \in \Omega, \quad \forall t \in T, \quad d(\underline{\mathbf{x}}, t) = \sum_{k=1}^{K} a_k(t)\phi_k(\underline{\mathbf{x}}). \tag{2}$$

On impose une contrainte d'orthonormalité sur les modes spatiaux $\phi_k(\underline{\mathbf{x}})$. Le problème à résoudre est le suivant :

$$arg \min_{a_k(t), \phi_k} \sum_{T} G_\sigma * \|I(\underline{\mathbf{x}} + d(\underline{\mathbf{x}}, t), t+1) - I(\underline{\mathbf{x}}, t)\|^2, \tag{3}$$

G_σ une fenêtre de lissage spatial.
- Résolution par descente de gradient.

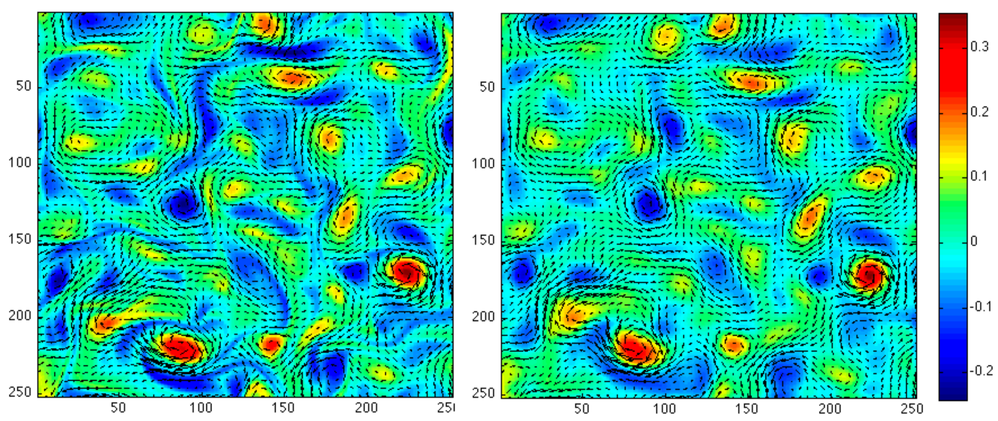

FIGURE 5 – Vorticité réelle (à gauche) et reconstruite (à droite) correspondant à l'estimation du mouvement d'un écoulement turbulent

Contributions

- **Nouvelle technique** de réduction vue comme un problème d'estimation de mouvement.
- **Méthode reposant uniquement sur les variations de l'intensité lumineuse**.
- **Performances supérieures à la POD** (décomposition orthogonale aux valeurs propres) habituellement utilisée.

Références

[1] R. Gorder, "Use of proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows," University of Washington, Tech. Rep., March 2010.
[2] M. R. Allen and L. A. Smith, "Optimal filtering in singular spectum analysis," *Physics Letter A*, no. 234, pp. 419–428, October 1997.
[3] M. Rathinam and L. R. Petzold, "A new look at the proper orthogonal decomposition," *SIAM Journal of Numerical Analysis*, vol. 41, no. 5, 2003.
[4] T. Corpetti, *Analyse d'écoulements fluides à partir de séquences d'images*, lavoisier ed., ser. Traitement du signal et de l'image. Hermes science, 2004.
[5] L. Cordier and M. Bergmann, "Two typical applications of POD : Coherent structures ediction and reduced order modelling," Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Tech. Rep., February 2003.

Institut National des Sciences Appliquées
Ecole publique d'ingénieurs
informatiques mathématiques
UNIVERSITÉ EUROPÉENNE DE BRETAGNE